BELLEZA Y MATEMÁTICAS

EL NÚMERO ÁUREO

Eugenio Arellano Catalán

Luis Brún Larripa

Rafael Donat Barquet

Ignacio Félez Gerona

Miguel Josa García-Tornel

Coordinador: José Martín Galindo Calvo

Índice:

1.- Introducción.

Seguramente la pregunta que nos planteamos es demasiado ambiciosa. En realidad lo que hemos estudiado es la relación existente entre una proporción matemática determinada, la que se conoce como “proporción divina” o “número áureo” con unas cuantas obras de arte o un determinado tipo de obras artísticas.

Comenzamos presentando esa proporción haciendo un breve apunte histórico y repasando alguna de sus características desde el punto de vista matemático. A continuación ponemos de manifiesto la existencia de esa proporción en una serie de obras de distintas Artes: Pintura, Escultura, Arquitectura, Música, Fotografía y Poesía con ejemplos que van desde la antigüedad clásica a nuestros días.

En un último y breve apartado hacemos referencia a algunos ejemplos de la presencia del número áureo en la Naturaleza.

Terminamos con algunas conclusiones cuya formulación ha provocado largas e interesantísimas conversaciones entre los miembros del equipo.

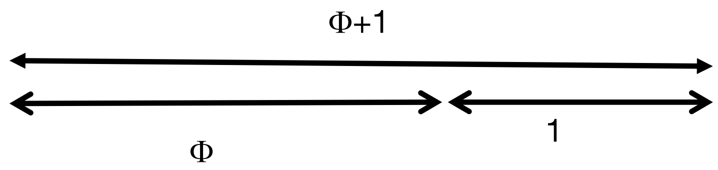
Stephen Hawking en el prólogo de su “Breve historia del tiempo” escribe: “Alguien me dijo que cada ecuación que incluyera en el libro reduciría las ventas a la mitad. Por consiguiente, decidí no poner ninguna en absoluto.”

Nosotros hemos llenado un capítulo entero de fórmulas matemáticas pero están al principio para que pueda saltarse con la seguridad de que no hay otras escondidas.

2. Aspectos matemáticos del número áureo.

Euclides (325-265 a. C.) escribió "Elementos de Geometría" que según algunos autores ocupa el tercer lugar entre los libros con más ediciones y traducciones a otras lenguas, solo superado por la Biblia y las obras de Lenin. Es el libro que todos hemos estudiado sin saberlo, puesto que está en la base de todo libro de Matemáticas.

En él encontramos la definición de una proporción especial que escrita en términos más actuales sería: "Se dice que una recta está dividida en media y extrema razón cuando la longitud de la línea total es a la de la parte mayor, como la de la parte mayor es a la menor". Que se podría simplificar diciendo: "El todo es a la parte como la parte al resto". A partir de esta definición podemos tratar de encontrar su valor:

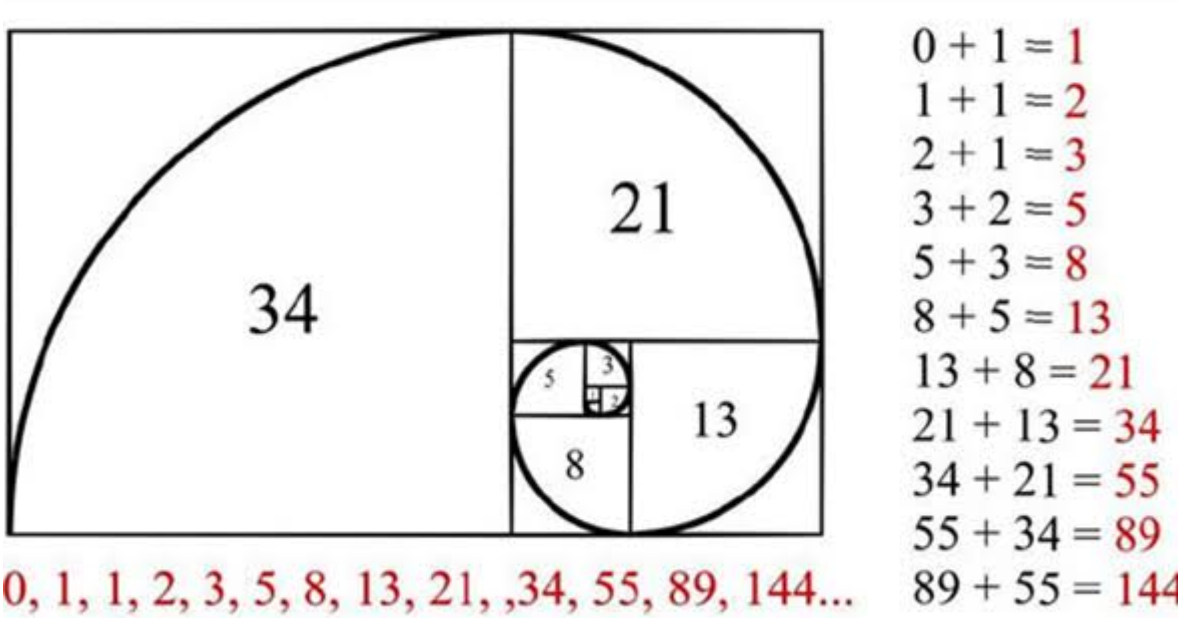


$$\frac{\Phi + 1}{\Phi} = \frac{\Phi}{1} \Rightarrow \Phi + 1 = \Phi^2 \Longrightarrow \Phi^2 - \Phi - 1 = 0 \Rightarrow \Phi = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 + 4}}{2}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1{,}618033988749894 \ldots$$

Luca Pacioli (1445-1517) propuso llamarla *proporción divina* y ya en el siglo XX el matemático Mark Barr la llamó "Φ"(Fi) , utilizando la inicial de Fidias que es quien recibió el encargo de Pericles de la reconstrucción de la Acrópolis de Atenas. Veremos más adelante como esta proporción se encuentra reflejada en el Partenón.

También podemos definir este número Φ a partir de la serie de Fibonacci (Leonardo de Pisa, 1170-1240). Consiste en una serie de números en la que cada elemento es la suma de los dos anteriores: empezando por el 0, y siguiendo sucesivamente, 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89…,



Si hacemos el cociente entre dos términos consecutivos obtenemos 55/34=1,6176; 89/55=1,6181… números cada vez más cercanos al valor que hemos obtenido antes para Φ.

Por otro lado en el dibujo se muestra cómo a partir de cuadrados cuyos lados tienen longitudes que siguen la serie de Fibonacci se puede construir una espiral de la que hablaremos más adelante.

Existen muchas otras formas de llegar a esta proporción como por ejemplo:

$$a) \quad \phi = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\dots}}}}} = \frac{1}{1+\phi} \Rightarrow \phi^2 - \phi - 1 = 0 \Rightarrow \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$b) \qquad \phi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{\dots}}}}}} \Rightarrow \phi^2 = 1+\phi \Longrightarrow$$

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0 \Rightarrow \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

El número Φ es un número irracional que es como se llaman los números que no se pueden escribir como cociente (razón) de dos números enteros (1, 2, 3, 4, 5,…). Una de sus características es que tienen un número indefinido de decimales que se suceden sin ninguna secuencia fija.

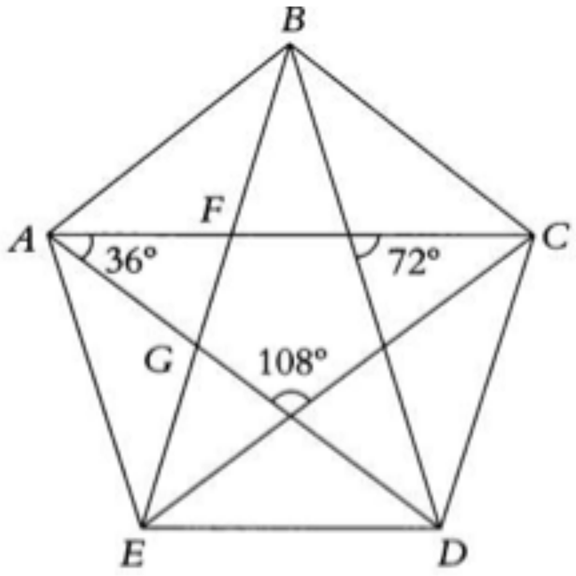
También podemos señalar algunas propiedades singulares:

$$\phi = 1{,}618033988749894 \dots$$

$$\phi^2 = 2,618033988749894 \dots$$

$$\frac{1}{\phi} = 0,618033988749894 \dots$$

Entre las propiedades geométricas tiene especialmente importancia la relacionada con el pentágono regular donde se cumple que la relación entre la longitud de la diagonal y la de un lado es precisamente el número áureo.



$$\frac{EB}{ED} = \phi$$

Más adelante volveremos sobre esta propiedad.

3.- Número áureo en la Fotografía

Cuando no hace tanto tiempo queríamos fotografiar algo, utilizábamos una cámara fotográfica Reflex, en muchas de ellas, en la pantalla había unas cuadrículas que dividían la imagen de lo que veíamos y queríamos retratar y en tal pantalla se dividía la imagen con dos líneas verticales y otras dos horizontales.

Esa cuadrícula es lo que se llama ***Regla de los tercios***.

Estaba basada en el principio de la proporción áurea, (no es exactamente la proporción áurea, pero se inspira en ese principio, usando nueve cuadrículas, para una mejor visión de la imagen y compresión del usuario o del fotógrafo), cuya finalidad era encuadrar aquello que se quería inmortalizar, de tal manera que según en que cuadricula pusiéramos el objeto más relevante , le dábamos más importancia que al resto del contenido de la foto; o que en según qué parte de la pantalla, colocásemos el objeto principal, daríamos a la fotografía, una composición de la misma más artística y atractiva.

Es decir, de alguna manera lo que hace es que el espectador o el que mira una fotografía se fija, lo primero de todo, en el objeto que se encuentra en un punto determinado de la fotografía (concretamente en la intersección de las cuadrículas), y así el ojo humano se centrará en ese punto. Y posteriormente verá el resto de la fotografía. Ese punto está basado en ese principio de la *Regla de los Tercios* e inspirada en el de la *Proporción Áurea*.

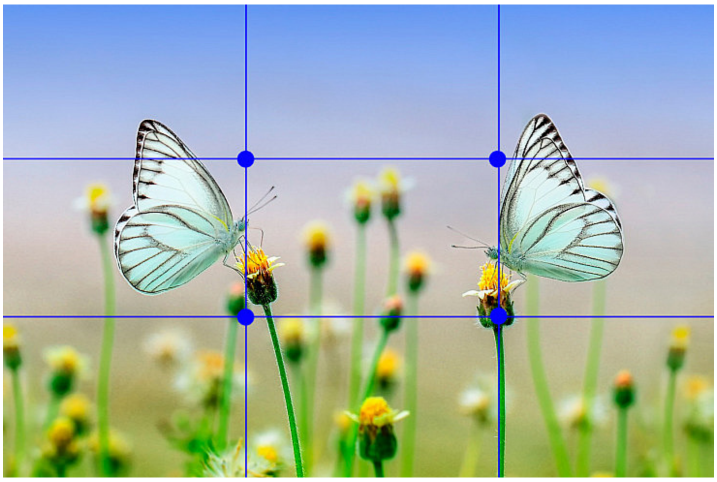


Foto con la cuadrícula de una cámara de fotos.

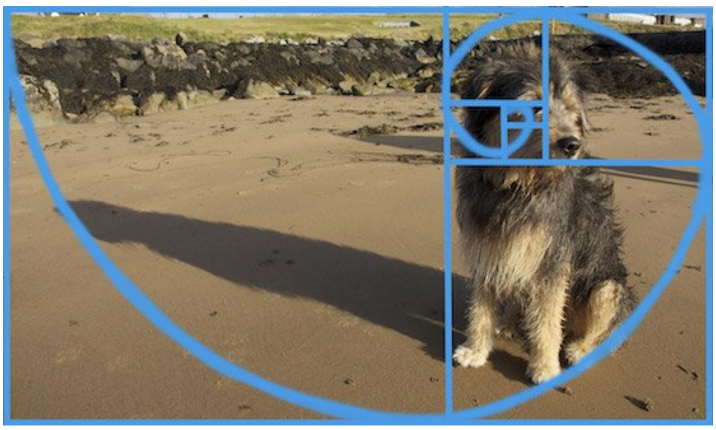
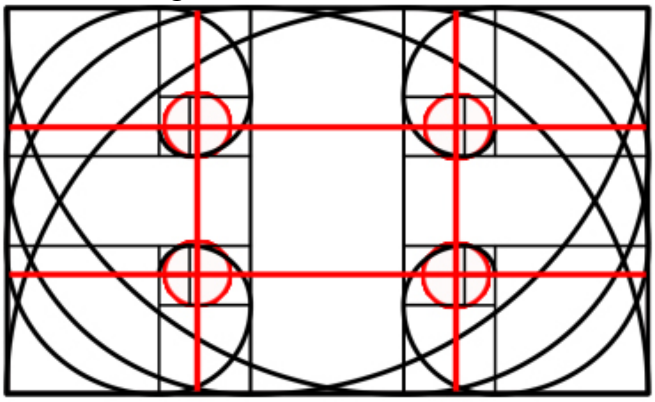
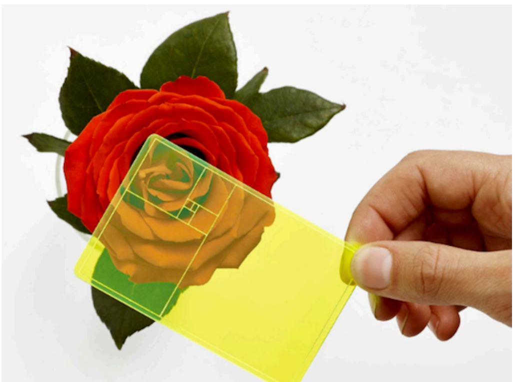


Foto con la proporción áurea.

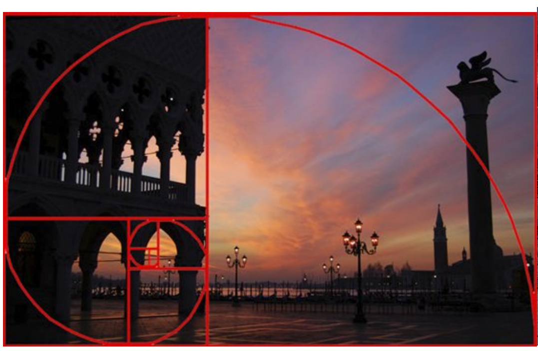
En la imagen vemos la interrelación entre ambos conceptos



Incluso hoy puedes comprar lo que se llama "Golden Section Finder" (GSF) o Buscador de Sección de Oro que no es más que una pequeña tarjeta para encuadrar lo fotografía y que salga mejor compuesta, buscando esa armonía/belleza que la sucesión de Fibonacci, pretende dar.



Otros ejemplos de fotografías




4.- Número Áureo en la Pintura.

Nos remontamos al Siglo XV y principios del XVI, en los que tres personajes, **Luca Pacioli, Leonardo Da Vinci y Alberto Durero**, son los responsables de poner el número de Oro en la órbita de la Belleza y del Arte. Los dos primeros curiosamente Pintores y matemáticos, desarrollaron sus ideas sobre el numero de Oro. Y Alberto Durero, también pintor y aficionado a la matemática, desarrolló sus ideas sobre la proporción áurea.

El primero de ellos, **Luca Pacioli**, Fray Luca Bartolomeo (1447, 1517), fraile franciscano, matemático, contable, en su libro "Divina Proportione" trata sobre cómo conseguir la belleza excelsa a base de la proporción en base al número Phi.

Luca Pacioli que estudió *pintura y matemáticas*, compaginó ambas materias para escribir dicho libro, dando forma al primer tratado sobre la aplicación del número de Oro a la pintura.

El segundo **Leonardo Da Vinci**, (1452, 1519) prototipo de Genio o Genio de los Genios, máximo ejemplo en la historia de la idea del Genio.

Pintor (teórico del arte y la pintura). Físico, Matemático, Inventor, Ingeniero, así como vegetariano y zurdo.

En su obra Tratado de la Pintura empieza con la frase: **"Nadie lea mis obras que no sea matemático"**.

Y el tercero **Alberto Durero**, (1471, 1528) en 1525, publicó la obra titulada "Instrucción sobre la medida con regla y compás de figuras planas y sólidas", en la que describe cómo trazar con regla y compás la espiral basada en la sección áurea, la misma que hoy conocemos como "Espiral de Durero".

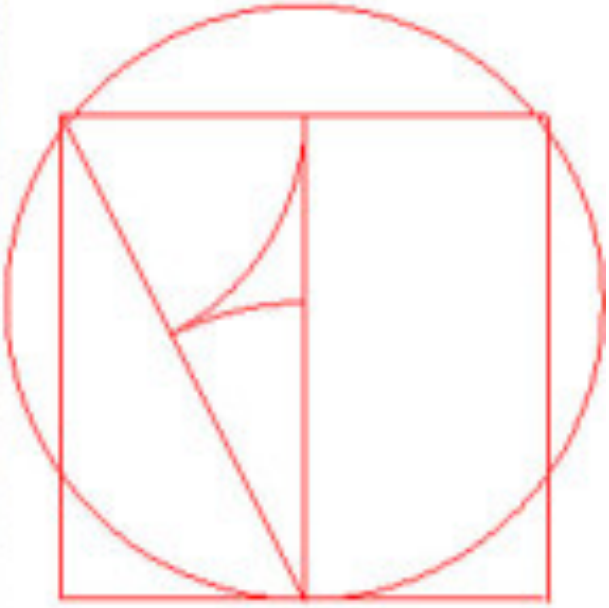
La espiral vinculada a los [rectángulos áureos] gobierna el crecimiento armónico de muchas formas vegetales (flores y frutos, como la flor de la Alcachofa y la flor del Girasol, y animales (conchas de moluscos), a la que antes se ha hecho referencia.

Esta espiral es muy famosa en el arte ya que tras ella se encuentra el número de oro. Se construye a partir de los rectángulos áureos, que son aquellos en que la razón de sus lados es Phi, θ, el número de oro.

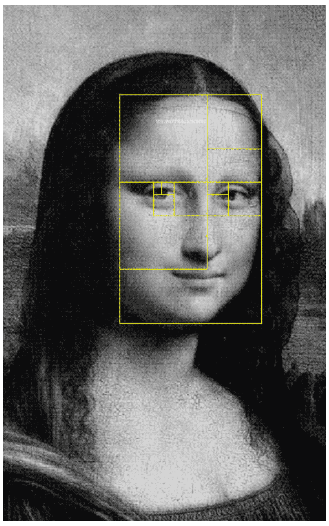
Los tres contemporáneos, desarrollan esa misma idea aplicando ese principio, a la pintura.

El Hombre de Vitruvio (arquitecto romano del Siglo I ac.) de Leonardo, es un dibujo que realizó Leonardo Da Vinci, para ilustrar una edición de la obra de arquitectura de Vitruvio. Dicho dibujo es un estudio del cuerpo humano, realizado sobre el año 1490 que muestra las proporciones ideales del Cuerpo humano relacionándolo con la Geometría. El dibujo se encuentra inserto en un cuadrado y en un círculo.

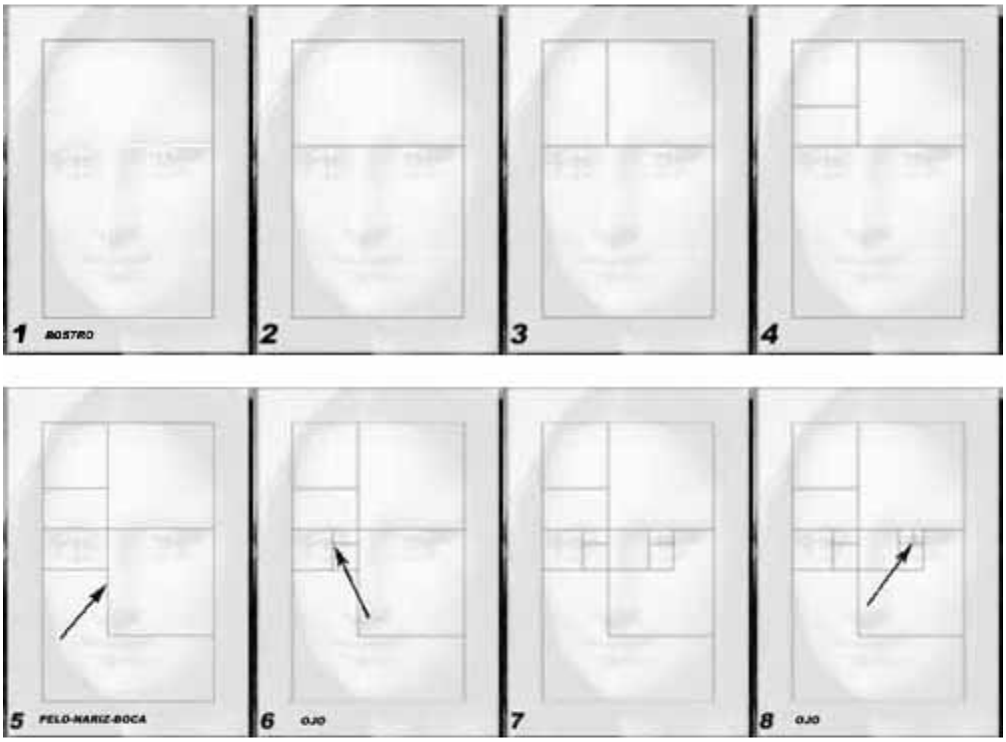
En este dibujo, la relación entre el lado del cuadrado y el radio del círculo es áurea.



La Gioconda, también se dice que fue pintada por Leonardo en base a la proporción áurea, y más concretamente el rostro de la Monalisa, utilizando rectángulos áureos, y en la que como vemos en la imagen de abajo, coinciden sus ojos, justo en sendas espirales donde nace la secuencia de Fibonacci.



En el siguiente esquema se ven los diferentes rectángulos áureos que van dividiendo el rostro de La Gioconda.



1- En el esquema nº 1 puedes ver como el rostro de la Gioconda se encuadra perfectamente en un rectángulo áureo.

2- Dentro de ese rectángulo áureo dibujo un cuadrado en el esquema nº 2 quedando arriba otro rectángulo áureo.

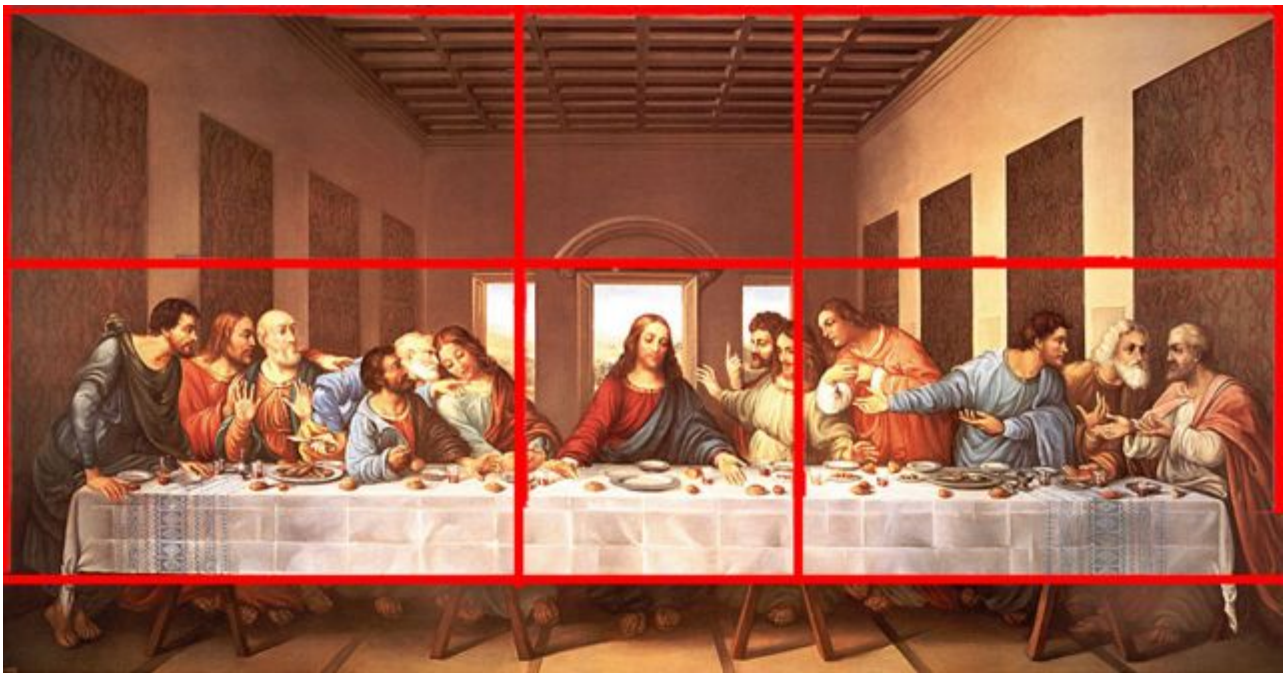
3- En el rectángulo áureo obtenido en el esquema nº 2 realizo la misma operación (nº 3).

Y así sucesivamente.

Por supuesto que existen otras interpretaciones de la aplicación de la proporción aurea en la pintura de La Gioconda, pero creo que la mejor muestra es la que os hemos detallado

La ultima Cena.

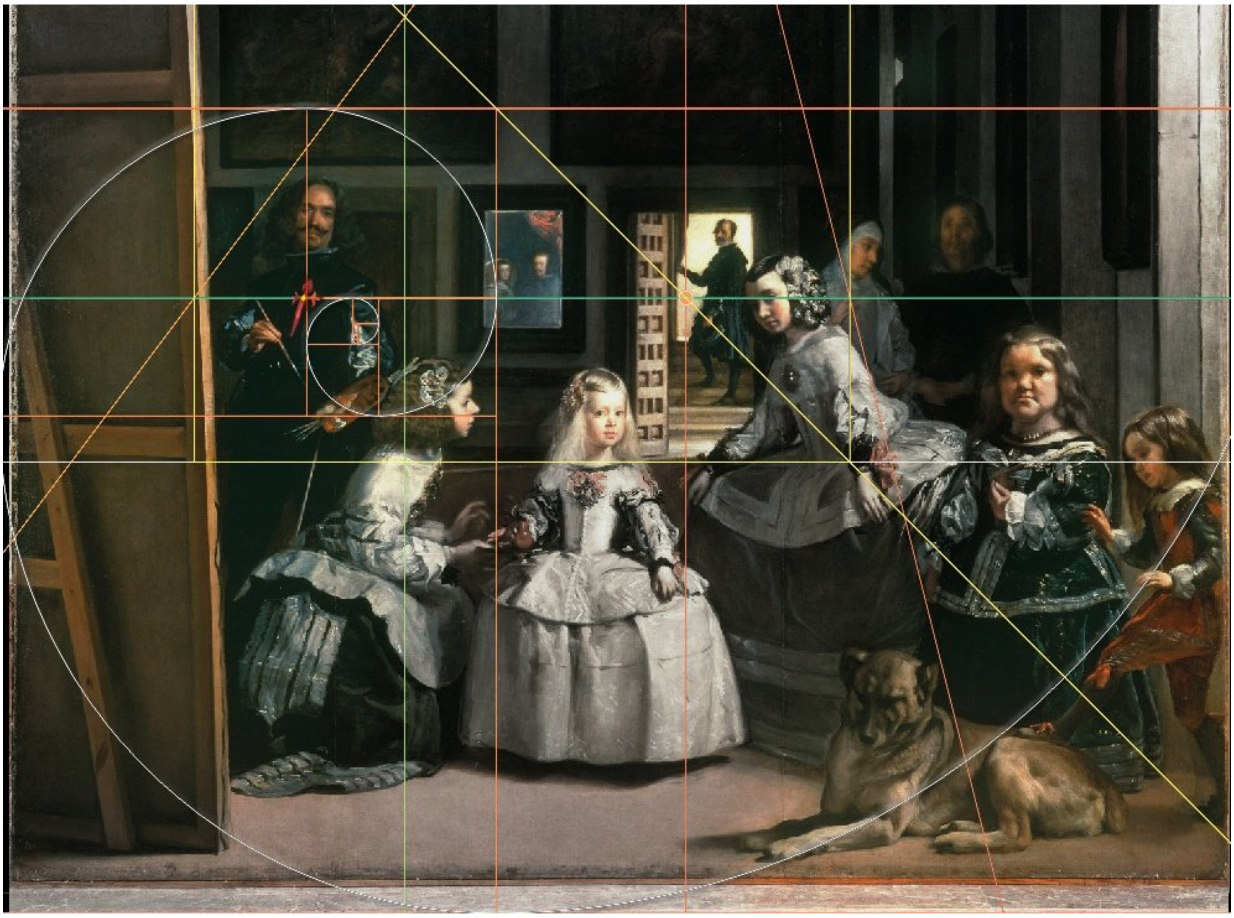
Otro ejemplo más de la utilización del concepto PHI en la pintura de Leonardo, con sus rectángulos áureos.



Otros pintores:

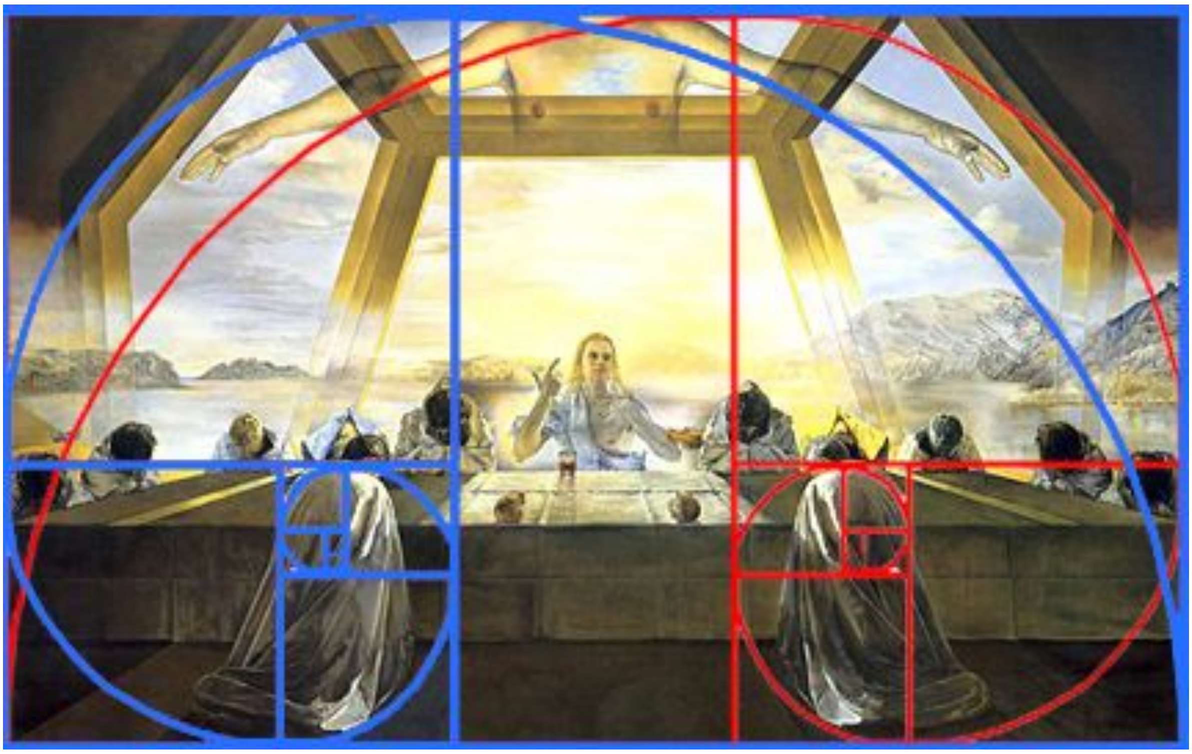
Diego de Velázquez

También Velázquez recurrió a la proporción áurea para encuadrar sus pinturas, como vemos en la siguiente imagen de *Las Meninas,* no sin antes hacernos la pregunta de si no estamos, idealizando el numero de Oro para justificar tanta obra pictórica bajo el prisma de la proporción aurea.



Salvador Dalí

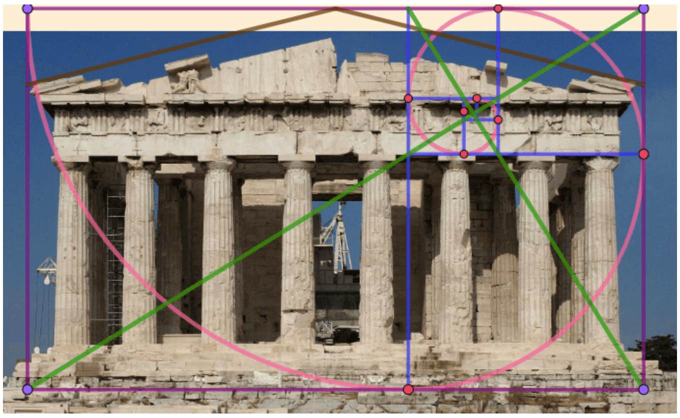
Otro artista y otra ***Última Cena***, en la que también en la imagen de abajo, coinciden, esta vez en sendas espirales en dos rectángulos áureos, donde respectivamente nace la secuencia de Fibonacci, pero resaltando dos discípulos de **Jesús** dándonos la espalda. Y entre ambos rectángulos la figura de **Jesús**, bajo los brazos abiertos de **Dios Nuestro Señor**. Toda la escena está inscrita en un dodecaedro, poliedro regular formado por pentágonos, que como hemos visto es una figura íntimamente asociada al número áureo.



5.- Número Áureo en Arquitectura

A continuación nos referimos a distintas obras arquitectónicas donde se hace patente la intencionalidad del arquitecto en la utilización de la "proporción divina":

Partenón, Acrópolis de Atenas.



Como ya hemos comentado el número áureo se llama número Φ por Fidias a quien Pericles le encargó la dirección de la reconstrucción de la Acrópolis de Atenas.

Fachada de la Universidad de Salamanca.

Data de 1529, de estilo Plateresco y se puede destacar un rectángulo áureo.

Rampa de acceso al museo Guggenheim de Nueva York, del arquitecto Frank Lloyd Wright, inaugurado en 1937 cuenta con una rampa de acceso en forma de espiral áurea.

Unidad Habitacional de Marsella del arquitecto Le Corbusier, forma un rectángulo áureo.

Escuelas Heinz-Galinsky del arquitecto Zvi Hecker, construidas en 1995 en Berlín, imitando la forma como se distribuyen las semillas de un girasol, de lo que hablaremos más tarde.

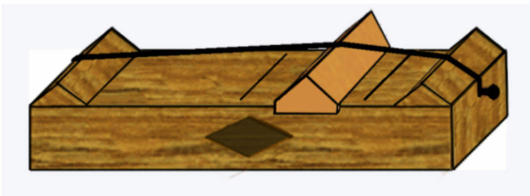
Santuario de Torreciudad, del arquitecto Heliodoro Dols, inaugurado en 1975 cerca de Barbastro.

El arquitecto cuenta que buscó varias curvas que le diesen la forma que deseaba al edificio y las columnas y que escogió la que más le gustaba y esa era precisamente la curva correspondiente a la serie de Fibonacci.

6.- Número Áureo en la Música

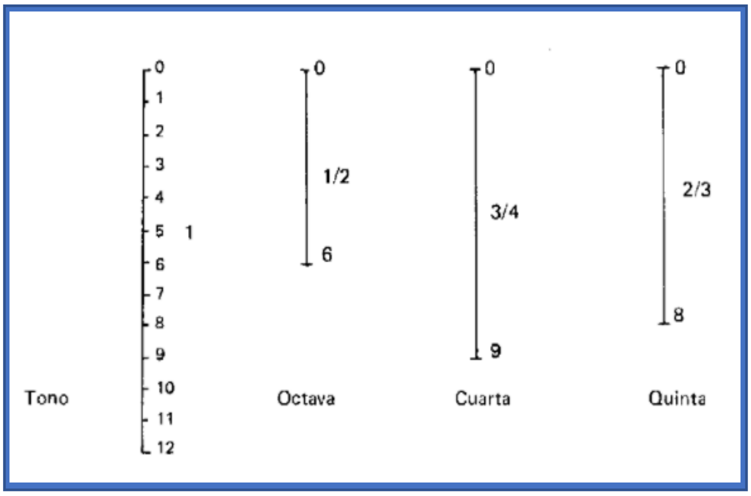
EL FUNDAMENTO MATEMÁTICO DE LA MUSICA

En el siglo VI a.C. Pitágoras demostró las bases matemáticas de los sonidos y su relación con la armonía y la belleza, experimentando con los sonidos producidos en el Monocorde, un aparato diseñado por él para identificar y definir los intervalos musicales y la relación entre los números y la música. Pitágoras observaba la resonancia producida por la vibración de una cuerda marcada en doce segmentos iguales que permitían acortar su longitud desde su origen al pisarla en diferentes puntos. Manteniendo la misma tensión de la cuerda, la vibración es inversamente proporcional a la longitud de la cuerda percutida, y mostró el fundamento de las proporciones fundamentales de la escala musical.



Escuela Pitagórica. Siglos VI-V a.C. Monocordio

La vibración de la cuerda tensa entera producía el tono o nota base: el Unísono o Tónica. Si la cuerda tiene la mitad de la longitud original (división



6: proporción 1/2) producía el mismo sonido, aunque más agudo porque se llega a ella tras ocho intervalos o notas de la escala. Esta proporción se llamaba Diapasón

(Octava: intervalo do-Do). Si se acorta a 2/3 partes de la cuerda (división 8: proporción 2/3) emite un sonido equivalente a cinco intervalos y se llamaban Diapente (Quinta: intervalo do-sol) Si se acorta a ¾ partes (división 9: proporción 2/3) emite un sonido equivalente a cuatro intervalos llamado Diatesarón (intervalo do-fa)

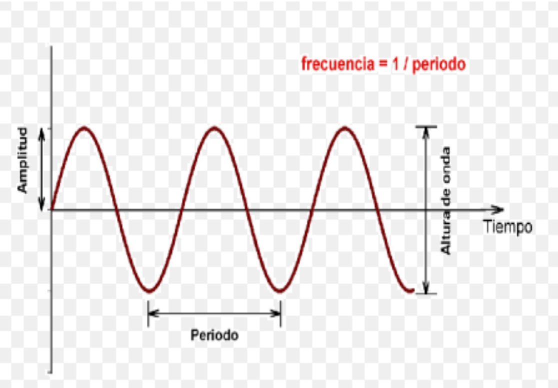
Al acortar en otros puntos de la cuerda los sonidos no eran tan acordes o claramente discordes. Las longitudes de cuerda con sonido armónico son la serie la serie de puntos 12, 9, 8 y 6 con los que se calculan las medias aritméticas, armónica y geométrica, y los intervalos entre notas (quinta, cuarta y octava)

DO-RE-MI-FA-SOL-LA-SI-DO

1/2 3/4 2/3

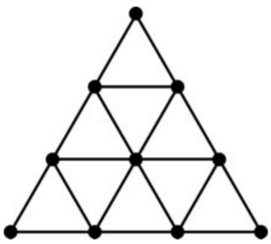
En la actualidad las notas musicales se miden por la frecuencia de vibración de la onda sonora emitida, que es directamente proporcional a la velocidad en metros por segundo e inversamente proporcional a la longitud de la onda en metros. Podemos comprobar fácilmente que los cálculos aritméticos usando los valores de frecuencias mostrados en la tabla producen los mismos resultados que los realizados por Pitágoras.

$$\boxed{F = V / L}$$



Nota musical	Frecuencia en hertz
do	261
re	293
mi	328,8
fa	348,3
sol	391,1
la	438,9
si	492,7
DO	522

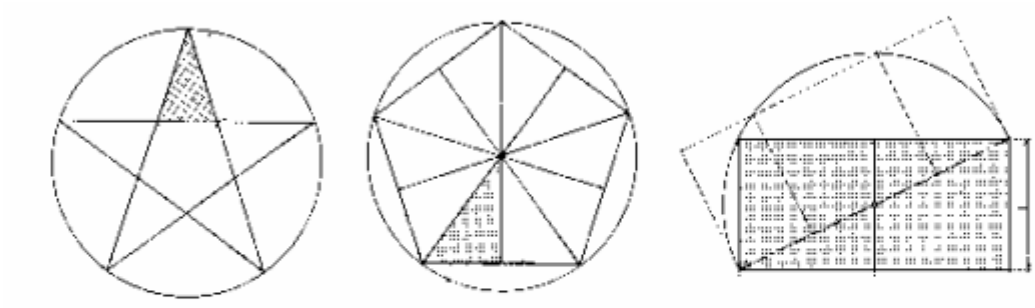
MUSICA, BELLEZA Y PROPORCIÓN ÁUREA



Tetraktys

Las proporciones entre los números de la serie 12, 9, 8 y 6 son iguales a las de 1, 3/4, 2/3 y 1/2, que son las proporciones más sencillas, y que incluyen únicamente los números de la figura triangular **Tetrakyts**: 1, 2, 3, 4, cuya suma es 10, el número de la Totalidad, y de la Perfección. Una perfección que elimina el Khaos, y por ello preside la formación del universo representando el orden, la belleza y la bondad. La filosofía pitagórica ya intuía a través de los números y de las proporciones entre ellos que la belleza en la música estaba relacionada solo con unas proporciones numéricas y no con otras. La percepción de las primeras producía armonía y con ella belleza y placer, mientras las segundas producían disarmonía y "caos" y no resultaban agradables.

Aunque los estudios de Euclides sobre la extrema proporción son muy posteriores, es probable que Pitágoras ya tuviera noción de este concepto. El triángulo 3-4-5 tiene proporciones próximas a las áureas y las proporciones musicales que se aproximan al número de oro o tienen relación geométrica con él.

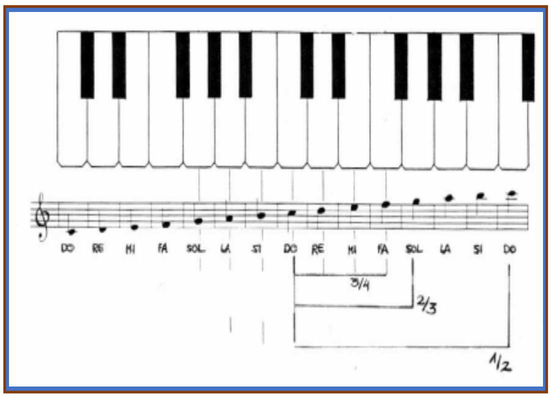


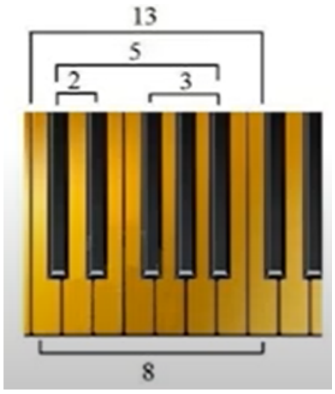
DIAPENTE: se aproxima a los lados del pentágrafo.

DIATÉSSARON: corresponde s la proporción 3/4 de un triángulo 3-4-5.

DIAPASÓN: corresponde a un rectángulo recíproco o rectángulo√5.

También las teclas de un piano mantienen una disposición de proporciones armoniosas y áureas. Un teclado está compuesto de ocho teclas blancas y cinco negras en grupos de 2 y de 3, formando una serie de 2/3/5/8 como la de Fibonacci y con unas proporciones que tienden hacia 0,618, es decir, el número áureo.





MUSICA, ARQUITECTURA Y PINTURA

(Este párrafo debería integrarse en Pintura/Arquitectura)

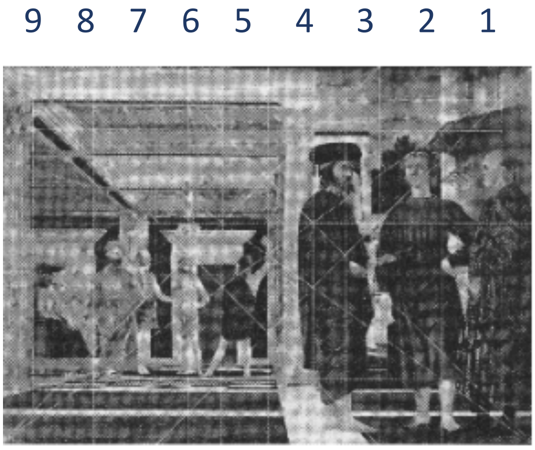
Se ha postulado que en la escultura clásica la proporción áurea tiene una correspondencia musical. En la escultura masculina la relación entre la altura total del cuerpo y de ombligo a pies es de 13/8 y corresponde al acorde de tercera mayor. En la femenina es de 8/5 y corresponde al acorde de tercera menor. Sin embargo, no se cree que los compositores de la época tuvieran un interés en estudiar o usar las proporciones áureas al componer sus obras, a pesar de que, posteriormente, se ha querido encontrar alguna relación en ciertas sonatas y fugas. Sin embargo, aunque los compositores no mostron una intención explícita por aplicar las proporciones áureas a la música, la belleza de la armonía musical influyó mucho en la arquitectura y en la pintura del Renacimiento. El famoso arquitecto renacentista León Battista Alberti afirmaba que una proporción arquitectónica armoniosa era la que, expresada como una armonía musical, conseguía una concordancia agradable (*De re aedificatoria*) Una tabla de ese tratado ilustra como en su descripción de las

SUPERFÍCIE SESQUILÁTERA..........................	2/3
SUPERFÍCIE SESQUITERCIA...........................	3/4
SUPERFÍCIE DOBLE	1/2
SUPERFÍCIE SESQUILÁTERA DOBLE.............	4/6/9
SUPERFÍCIE SESQUITERCIA DOBLE..............	9/12/16
SUPERFÍCIE DIAPASÓN-DIAPENTE.................	3/6/9
SUPERFÍCIE DIAPASON-DIATESARON...........	3/6/8

De Rea Aedificatoria   Leon Battista Alberti

proporciones más usadas para distribuir superficies incluye intérvalos musicales armónicos.

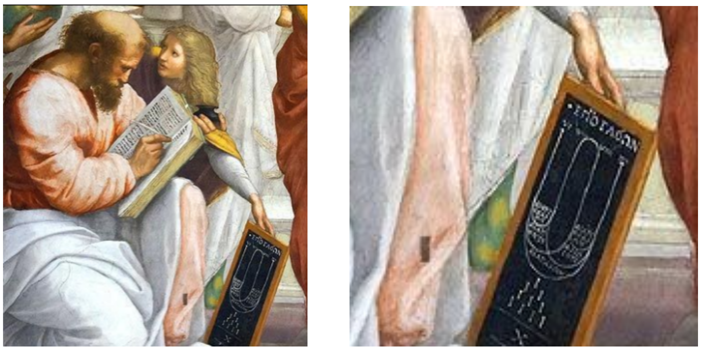
También las propociones de la armonía musical parecen haber influenciado la distribución de las superficies de las obras pictóricas de muchos artistas, como Boticelli, Mantegna, Masacio, Piero de la Francesca, Rafael, etc...



La Flagelación de Cristo   Piero de la Francesca

En la Flagelación de Cristo de Piero de la Francesca la utilización de proporciones aureas es muy marcada. Pero además la superficie está cortada con proporciones musicales según el doble diapente 4/6/9 para insistir sobre la figura principal (6/9) y las figuras están dispuestas según estos espacios. Esta distribución añade armonía a una geometría rigurosa.

La importancia que los pintores del Renacimiento daban a la música es evidente en la obra *La Escuela de Atenas* de Rafael, en la que Pitágoras (asterisco) está acompañado de un discípulo que sostiene una pizarra. La tablilla ilustra la armonía musical en forma de una lira con los números 6, 8, 9 y 12 escritos en cifras romanas y las indicaciones en griego de Tono, Diastesarón, Diapente y Diapasón. En la parte inferior está representado el Tretaktis. El fresco, que tiene unas proporciones áureas muy marcadas, también está estructurado sobre la relación 3/4, o distesarón.



Detalles de La Escuela de Atenas Atenas

MÚSICA Y NÚMERO ÁUREO

A pesar de la gran relación y coincidencia entre las proporciones áureas y las proporciones armónicas que hemos mostrado en la pintura y en la

arquitectura del Renacimiento, no existe evidencia de que el número áureo fuera utilizado de forma deliberada por ningún compositor hasta finales del siglo XIX, aunque es probable que los cánones de belleza musical se aprendieran espontáneamente, igual como se aprende el idioma, y se aplicaran de una forma intuitiva. Tampoco existe evidencia de que los instrumentos musicales se construyeran bajo proporciones áureas, pero es conocido que los violines del maestro Stradivarius, los considerados como los de mejor sonoridad, estaban hechos manteniendo esas proporciones.

La proporción del número de compases sobre el total de una composición es la forma más efectiva para estudiar o aplicar la proporción áurea. Por ejemplo, en la fuga nº 11 del Clave Bien Temperado de Bach, multiplicando sucesivamente el total de 72 compases por 0,168 se van marcando los puntos finales de secciones claves de la composició. Resultados similares se observan en composiciones de Mozart, Hyden, o Beethoven. Es evidente que estos compositores aplicaban intuitivamente la proporción áurea para marcar puntos importantes de sus composiciones.

Al final del siglo XIX y durante el XX la utilización deliberada de las proporciones áureas fue muy generalizada, como enShuman, Rachmaninov, Bela Bartok, Debussy, Stockhausen, o en Richard Wagner.

Duración de los compases de un fragmento de la composición para piano nº IX de Stockhausen

El número áureo también se ha utilizado deliberadamente fuera de la música clásica, como en algunas canciones de grupos musicales como Tool (Lateralus) o Radiohead (Rainbows). Para las estrofas de la canción Lateralus, transcrita en parte en el texto, el grupo Tool utilizó la sucesión de Fibonacci en el número de sílabas de cada línea en forma ascendente y descendente, y el compás es descendente de 9/8, 8/8, 7/8 (**987** es la posición 17 de Fibonacci)

(1) much,
(2) more and
(3) beckons me,
(5) to look through to these,
(8) infinite possibilities.
(13) As below so above and beyond I imagine,
(8) drawn outside the lines of reason.
(5) Push the envelope.
(3) Watch it bend.

(1) Black,
(1) then,
(2) white are,
(3) all I see,
(5) in my infancy,
(8) red and yellow then came to be,
(5) reaching out to me,
(3) let's me see.
(2) There is,
(1) so,

Hay muchos otros ejemplos de músicos contemporáneos que han ensayado con la composicioón áurea en sus composiciones como el mexicano Silvestre Revueltas en “Apparitions”, György Ligeti, Iannis Xenakis en “Rebonds”, etc

7. Número Áureo en la Naturaleza.

Vamos a recoger una serie de ejemplos de cómo Φ se encuentra inserto en la Naturaleza.

En la Galaxias espirales, como nuestra Vía Láctea, tienen una estructura clara de Espiral de Fibonacci.

En el hombre se encuentra la proporción áurea en:

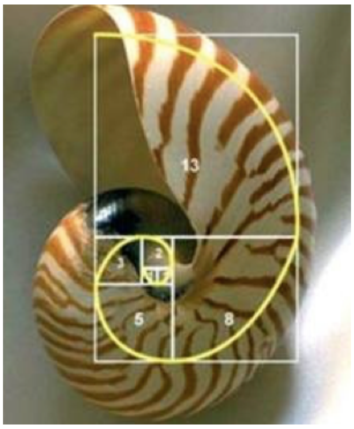
-La relación entre la altura y la altura de su ombligo.

-La relación entre la distancia del hombro a los dedos y la distancia del codo a los dedos.

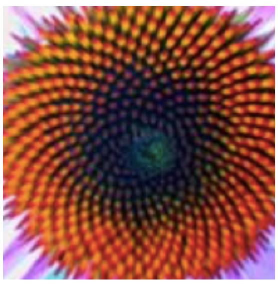
-La relación entre la altura de la cadera y la altura de la rodilla.

-…

El Nautilus es un bellísimo ejemplo en el mundo animal. Crece describiendo una perfecta espiral de Fibonacci, manteniendo siempre la misma proporción.

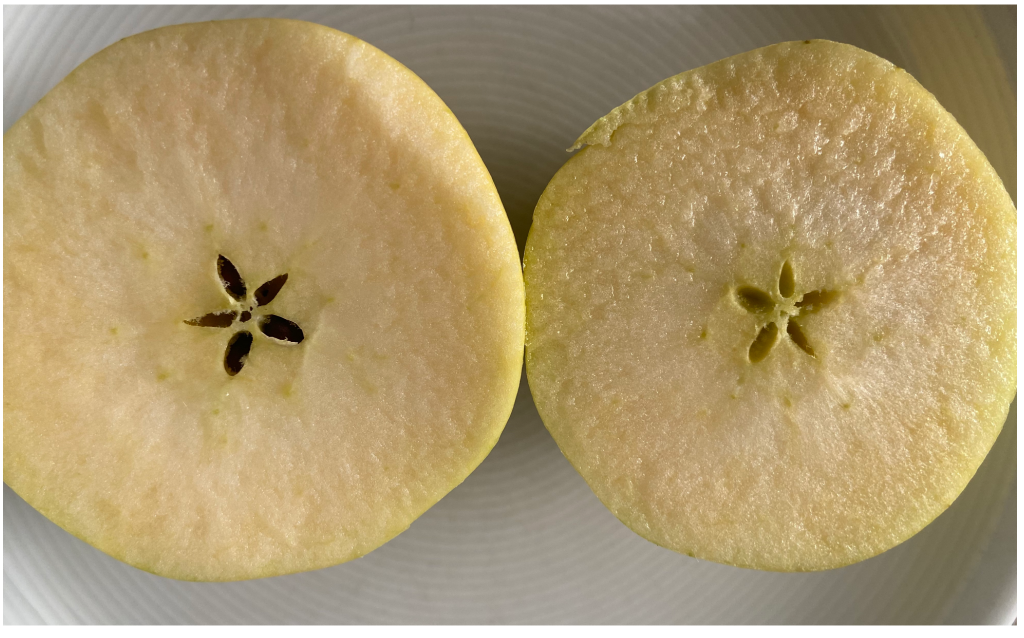


En el **mundo vegetal** son numerosos los ejemplos de espirales de Fibonacci asociadas al crecimiento de la planta y la distribución espacial de sus semillas



Este modo de crecimiento asegura la distribución optima de hojas y semillas, en numerosos casos se rige por una simetría pentagonal. En la visita al Museo Arqueológico pudimos ver la representación de una rosa como una flor de cinco pétalos.

Para terminar este recorrido por la presencia del número áureo en las Artes, empezando por una contemporánea como la fotografía, siguiendo por la Clásicas: Pintura, Arquitectura y Música para terminar encontrándolo en la Naturaleza, proponemos el sencillo experimento de cortar transversalmente una manzana y admirarnos de la estrella de cinco puntas que forman las semillas.



8.- Conclusión.

La importancia de las matemáticas, la geometría, las proporciones y las propiedades de los números fueron un punto central en los diez libros del arquitecto romano Vitrubio, pero el interés por estos conceptos decayó posteriormente. El retorno del arte al clásicismo durante el renacimiento estuvo también asociado a un renovado interés por las proporciones ideales para alcanzar la máxima belleza en el arte y la arquitectura. Los axiomas y teoremas de Euclides y Pitágoras, la descripció de la serie de Fibronaci en el siglo XIII, las publicaciones de Luca Pacioli (*De Divina Proportione*) y de Piero de la Francesca (*De abaco*), y la influencia de Leonardo da Vinci y Durero tuvieron una influencia decisiva en el arte del Renacimiento, y reintrodujeron las proporciones aureas como norma tanto en la pintura como en la arquitectura.

Las proporciones numéricas y geométricas relacionadas con el número áureo están asociadas al concepto de armonía y perfección en el arte, en la naturaleza y en muchos diseños decorativos y tecnológicos. Una armonía con la que el ser humano identifica a la Belleza, y que estimula una respuesta emocional de bienestar personal y colectivo. Una belleza abstracta y subjetiva pero que desde la Antigüedad se se ha podido asociar a una formulación matemática concreta y objetiva, también reconocida y aceptada en la actualidad. Un canon de belleza que puede expresarse con números y proporciones reproducibles, cuyo origen Pitágotras lo sitúa en la armonía de un universo primigenio perfecto en el que “el número fue anterior a cualquier otra cosa”.

Nuestra percepción del entorno es en gran parte subjetiva y personal y la belleza y la armonía son conceptos abstractos que nos producen emociones individuales positivas o negativas y reacciones de placer o rechazo. Por ello, puede sorprendernos que la relación entre armonía y emoción, y con ella nuestra percepción de belleza, pueda expresarse de forma matemática mediante fundamentos áureos. Y, aunque no lo podamos demostrar en todos los ámbitos de nuestro alrededor, la consideración de que la racionalidad matemática condicione algo tan íntimo y personal como la creatividad, la intuición y la diversidad de las personas, es un poco inquietante.

10.-Bibliografía

- "LA PROPORCIÓN ÁUREA. La historia de PHI, el número más sorprendente del mundo". Mario Livio. Ed Ariel. 2016. 344 páginas.
- "LA PROPORCIÓN ÁUREA". El lenguaje matemático de la belleza". Fernando Corbalán. Ed RBA. 2010. 153 páginas.
- Gonzalez Urbaneja PM (2001) "El Legado de Pitágoras. Herencia y vigencia del Postpitagorismo" DivulgaMAT. Virtual.uptc.edu.co
- Tomasini, C (2003) "El fundamento matemático de la escala musicaly sus raices pitagóricas" https://www.palermo.edu/ingienieria/downloads/CyT6/6CyT%.pdf
- Toledo Agüero Y (S/F) https://www.matematicas.uclm.es/itacr/web_matematicas/trabajos/La-seccion-aurea-en%arte.pdf
- Delgado FH, Camejo B (1999) "El sistema musical pitagórico y la proporción áurea en la arquiotectura. El Erecteion" EGE N1. Pdfhttps://www.researchgate.net/publication/33709874_el_sistema_musical_pitagorico_en_la_arquitectura-El-Erecteion.pdf?origin=publication_detail
- Vela,M (2016) "La sección aurea en La música anterior a 1900" https://www.unir.net/humanidades/revista/la-seccion -aurea-en-la-musica-anterior-a-1900/
- Peláez D (2018) "La proporción áurea en el arte II: La música Áurea" hpps://www.musichess.com/la-proporcion-aurea-ii-en-la-musica-por-diego-pelae/?lang=es